

Projektrapport: Lärande som syns – dynamisk programvara i matematikundervisningen

Vad är dynamisk programvara?

En dynamisk programvara tillåter användaren att själv konstruera och manipulera till exempel geometriska figurer. Några exempel på dynamisk programvara är Cabri Géomètre, Geometry Scetchpad och GeoGebra. Vårt val blev att fokusera på GeoGebra.

Vi gjorde en inventering bland handledare på några skolor runt om i Stockholm, där vi frågade vilka program som användes i matematikundervisningen. Resultatet var att många inte använde någon dynamisk programvara, men bland gymnasielärarna var det några som kände till och använde GeoGebra.

Det innehåller verktyg för både geometri, funktionslära och statistik. Det är gratis och lätt att installera, speciellt utvecklat för matematikundervisning i skolan. Det är skolmatematiken som är i fokus, och många lärare över hela världen deltar i utvecklingen av nya verktyg. Det översätts till nya språk i takt med att det sprids för att vara lättanvänt för skolelever. Utveckling pågår kontinuerligt, och översättning sköts av GeoGebrainstitut, som finns över hela världen.



Bilden visar alla GeoGebrainstitut (<http://www.geogebra.org/cms/institutes>, 20120827)

Du kan ladda ner GeoGebra gratis från <http://www.geogebra.org/cms/>

Projektet

Det här projektet syftar till att utveckla användandet av dynamisk programvara på flera nivåer.

- Vi som lärarutbildare ska uppdatera vår kunskap om några nyheter inom dynamisk programvara, för att sedan sprida det till kollegor.
- Dynamisk programvara ska ingå i kurser i matematikämnets didaktik, både som innehåll och som examinationsform. Lärarstudenter får på så sätt kunskaper i att hantera dynamisk programvara, men också förståelse för möjligheter att lära matematik genom IKT.
- Det kommer också att förbereda studenterna på att använda dynamisk programvara i sin verksamhet som lärare för att stödja lärande i matematik.

Första syftet: att uppdatera våra kunskaper

Det finns gott om övningar och instruktioner till GeoGebra på webben.

Vid projektets början var våra kunskaper olika, några kunde grundläggande funktioner och andra var nybörjare. Vi startade med en internutbildning på MND, matematikavdelningen, utifrån det webbstöd som finns, med en presentation av några grundläggande funktioner. Då kunde vi ta fram vad vi ville veta mer om, och anlita en extern föreläsare, Malin Christersson från Katedralskolan i Lund. Hon har lång erfarenhet av att arbeta med GeoGebra i gymnasiet och av att ordna studiedagar för lärare. <http://www.malinc.se/math/geogebra/mainsv.php>

Hon höll en interaktiv föreläsning för projektdeltagarna och lärarutbildare på MND.

- Genomgång och övning av grunder för att komma igång
- Arbeta med bild, färg, formler och textutor
- Publicera konstruktioner
- Didaktiska frågor, fallgropar och möjligheter

Lisa Österling har haft möjlighet att delta i Geogebra dagar, anordnade av Karlstads Universitet. <http://www.kau.se/matematik/ikt-och-larande/geogebra/konferenser/geogebra-inspirationsdagar-19-20-april>. Det var en möjlighet att ta del av deras forskningsprojekt och knyta kontakter med flera användare. Erfarenheter från deras forskning stämmer väl med våra observationer och intentioner, och det var värdefullt att ta del av större projekt. Det hjälper oss att utveckla, precisera och formalisera vårt eget projekt.

Vi har under projektet haft kontinuerliga träffar för att diskutera hur arbetet gått i våra olika kurser, vi har läst artiklar och böcker. Vi har på så sätt hjälps åt att vidareutveckla uppgifter till studenter.

Under hösten 2012 och våren 2013 har vi deltagit i fortbildningskvällar ordnade av Jonas Hall på Svenska GeoGebra institutet. <http://www.geogebrainstitut.se/events/events.asp>

Sprida kunskaper från projektet

Vi har som ambition att kontinuerligt sprida kunskap om GeoGebra på matematikavdelningen på MND.

Vi har genomfört presentationer och övningar på avdelningsmöten och pedagogiska caféer. Vi presenterade några exempel från kurser på institutionens forsknings- och utvecklingsdag 20120514. Vi presenterade hur IKT examineras i olika kurser på institutionsdagarna 20130516.

Vi presenterade GeoGebra och vårt projekt på lärardagarna 20130215.

Vi har en projektsite på MND:s hemsida där vi lägger upp några favoritlänkar och instruktioner för att komma igång. Sidan riktar sig både till lärare på MND och studenter, och till handledare på VFU-skolor.

<http://www.mnd.su.se/utbildning/studieinformation/resurser-for-undervisning/geogebra>

Arbetslaget 4-6 har startat ett arbete med att översätta bra färdiga konstruktioner till svenska, och har en mapp på Mondo med en filsamling, lämplig att användas i kurserna.

Viktigast av allt är nog ändå de informella tillfällena då kollegor vill ha tips. Lärarna på matematikavdelningen har fått reda på möjligheten, och vi är nu en grupp som kan svara på frågor och föreslå goda exempel till kurserna.

Karin och Lisa har tagit fram material åt skolverket, Matematiklyftet. Där ingår GeoGebra som en fördjupning, vi har skapat exempel som kommer att spridas till matematiklärare i hela landet.

http://matematiklyftet.skolverket.se/matematik/faces/deepening/f-ak7-9/newlink528/newlink229?_afLoop=719155063747000&_afWindowMode=0&_afWindowId=8ss5s33b4_42#%40%3F_afWindowId%3D8ss5s33b4_42%26_afLoop%3D719155063747000%26_afWindowMode%3D0%26_adf.ctrl-state%3D8ss5s33b4_110

Andra syftet: GeoGebra i kurser

Utprovning av GeoGebra i kurser på MND

Vi har under våren 2012 använt GeoGebra på olika sätt i följande kurser: Lärarlyftet (47 studenter), KPU (12 studenter), CL (25 studenter), Matematik för yngre åldrar 2 (60 studenter), Geometri fristående kurs (50 studenter), Speciallärare (12 studenter).

May2 Um8014

Kursen May2 (matematik för lärare med inriktning yngre åldrar, del 2) riktar sig till blivande mellanstadielärare som valt matematik som breddningsspecialisering.

Kursplanen har ett förväntat studieresultat om IKT:

* använda olika former av IKT inom matematikundervisningen och problematisera användningen av dessa utifrån ett lärandeperspektiv

Här har GeoGebra använts som ett sätt att visualisera matematiska samband. Färdiga exempel som visualiserar hur formeln för arean för en cirkel kan förklaras, samt egna konstruktioner för att visualisera vinkelsamband.

KPU UM8011

Kursen UM8011 läses av studenter inom KPU eller ULV, det är studenter som har tillräckligt med ämnesstudier och som läser in lärarbehörighet för år 7-9 eller gymnasiet.

De har haft en examinerande uppgift kring GeoGebra:

Leta upp en färdig Geogebra-uppgift på nätet eller skapa en egen uppgift och beskriv hur den kan användas i geometriundervisningen. Beskriv vilka förmågor den kan utveckla och vilka förkunskaper som eleverna behöver ha.

Svårigheter vi såg:

1. Studenterna hade behövt lite längre introduktion till programmet för att kunna göra egna konstruktioner, nu fick de ca 15 minuter. Det ledde till att konstruktionerna inte visade de samband som efterfrågades.
2. Studenterna missförstod delvis uppgiften, några fler exempel och en tydligare introduktion till uppgiften hade behövts.
3. Vi fick svårt att i efterhand avsätta tid för uppföljning av uppgiften, det behöver göras från början.

Positiva effekter:

1. Vissa studenter orienterade sig i utbudet av färdiga applikationer, och hittade och valde goda exempel. Vi tror att processen att prova och välja bland det som andra gjort är ett bra sätt att reflektera över möjligheterna i undervisningen.
2. Många reflekterade över vilken typ av frågor eller uppgifter som är relevanta att lösa i GeoGebra.
3. Studenter kunde direkt använda GeoGebra under sin VFU

Studenternas synpunkter:

En klar majoritet uttryckte att det behövs tid och kontinuitet, både för studenter och för kommande elever, om man ska göra egna konstruktioner, måste balanseras mot andra viktiga moment

Dessa synpunkter kom från enstaka studenter:

En grundläggande manual så att det är lättare att komma igång.

Hellre använda program som Excel, som används utanför skolan.

Avancerat, stora möjligheter, många användbara funktioner

Ett måste i lärarutbildningen, till stor hjälp under VFU:n

Det finns bra länkar för att komma igång

Bra för att förbättra presentationstekniken

Läraryftet för 7 -9 och gy lärare UMU207

Kursen är en delkurs i läraryftet för lärare med en examen och som vill bli behöriga att undervisa i matematik på gymnasiet eller i år 7 – 9.

Under våren 2012 har 47 kursdeltagare (uppdelade på tre olika grupper) gått kursen.

I kursen har vi haft ett moment om ca 1,5 h/grupp där vi har gått igenom de mest grundläggande funktionerna i Geogebra (både geometri och algebra). I två av grupperna hade studenterna vid detta tillfälle tillgång till en dator/par och provade själva, bland annat att göra ett självporträtt, i den tredje gruppen hade inte

studenterna tillgång till datorer och fick prova på själva, där gjorde de konstruktioner och ett gemensamt självporträtt med hjälp av smartboarden.

Studenternas synpunkter på detta pass var att några ville ha mer tid (som ett frivilligt inslag i kursen för de som önskade – med några övningsseminarier och uppgifter att prova på hemma) och några tyckte att passet var lite för grundläggande (de hade förmodligen provat på programvaran tidigare) och hade önskat att få lära sig lite mer om olika funktioner.

Vi har också haft en examinerande uppgift i kursen, där studenterna skulle göra en egen Geogebra konstruktion eller välja en färdig från nätet och diskutera hur och varför den skulle kunna användas i matematikundervisningen.

Studenternas synpunkter på denna uppgift var att det var svårt att göra egna konstruktioner och därför valde de flesta att plocka en färdig konstruktion från nätet. När vi lärare bedömde uppgifterna upptäckte vi att studenternas diskussioner runt uppgiften var ganska kortfattad och vi insåg att uppgiftsinstruktionen bör omformuleras så att det blir tydligare för studenterna vad vi förväntar oss av dem i denna uppgift.

Slutsats utifrån utprövningar

Vår slutsats är att vi bör plocka fram GeoGebra ofta, i olika sammanhang, och låta studenter erfarand under visning där GeoGebra används både vid presentationer/visualiseringar, att öva självständigt, och att själva formulera och välja uppgifter för undervisning.

Vi har efter vårens utprövningar bestämt oss för en examinationsmodell där lärare som utbildar sig till matematiklärare mot mellanstadiet får arbeta med GeoGebra genom färdiga konstruktioner, där de reflekterar över den didaktiska användningen i klassrummet. Förutom att arbeta med färdiga konstruktioner har de blivande ämneslärarna även att arbeta med att göra egna konstruktioner, vår bedömning är att tröskeln för lärare med inriktning mot äldre elever inte är lika hög.

I flertalet kurser kommer vi att använda GeoGebra för demonstrationer vid seminarier. Fler och fler medarbetare vid matematikavdelningen på MND är bekväma med att använda programmet.

Dynamisk programvara i flera kurser

I flertalet kursplaner för de nya lärarutbildningarna finns skrivningar som öppnar för att använda IKT i undervisningen. Vi har också i vissa fall valt kurslitteratur som lyfter didaktiska perspektiv av att använda IKT i matematikundervisningen, och där är GeoGebra ett exempel som alltid ingår.

GeoGebra i Gundlärarutbildningen åk 4- 6

I grundlärarutbildningen för blivande lärare årskurs 4 – 6 har den dynamiska programvaran GeoGebra används i kursen Geometri, 7,5 hp. Programvaran har fyllt flera syften och ett förväntat studieresultat handlar om IKT.

Ett syfte med GeoGebra har varit att arbeta med studenternas egna grundläggande färdigheter. Studenterna har gjort egna enkla konstruktioner för att kunna dra slutsatser om t ex enkla geometriska satser (t ex randvinkelsatsen). Även färdiga konstruktioner har använts för att visualisera geometriska

laborationer som t ex cirkelns area. För att en visualisering ska ge möjlighet till begreppsutveckling så krävs diskussionsfrågor till laborationerna.

Ytterligare ett syfte är att studenterna ska kunna använda programvaran under sin verksamhetsförlagda utbildning och som färdiga lärare. Enkla konstruktioner lämpliga för elever i skolår 4 – 6 har gjorts. I samband med konstruktionerna har en jämförelse med gamla klassiska verktyg som passare och gradskiva diskuterats. Hur frågeställningar behöver förändras då digitala verktyg används har varit en central fråga. Fördelar och fallgropar med dynamiska programvaror har också diskuterats. I kursen har boken *Teaching for learning Mathematics* (Sutherland, 2011) varit ytterligare ett komplement till diskussionerna.

Vid utvärderingen av kursen skriver ett flertal studenter att kunskaperna om IKT, GeoGebra och andra digitala program(Geoboard) har ökat. Ett flertal av studenterna prövade dessa program med sina elever under den efterföljande verksamhetsförlagda utbildningen. Ett flertal valde också att lösa problemuppgifter med hjälp av GeoGebra vid den skriftliga hemtentamen.

Ytterligare kurser och program där GeoGebra ingår:

CL: UMK200,

KPU: UM8022, UM8011, UM7101,

Ämneslärarprogrammet UM 2009, UM 4031, UM4027, UM4019,

VAL och fristående: UM2023

Läraryftet: UMU207

I samtliga dessa kurser finns GeoGebra med dels som seminarieinnehåll, dels som examinerande uppgift, för UM2023 kan studenterna välja att använda GeoGebra eller något annat IKT-innehåll, för blivande gymnasielärare (CL och KPU) är GeoGebra förstahandsvalet, ingen student har hittills valt ett annat program. Ingen särskild utvärdering av GeoGebra har gjorts, men en punkt i kursutvärderingen handlar om hur IKT-kunskaperna utvecklats, och där har vi fått relativt goda utvärderingar.

Slutsatser

Vi har tre olika arbetssätt i kurser som inkluderar GeoGebra: som demonstration och övning vid seminarier, examinerande uppgifter där studenter använder färdiga konstruktioner och examinerande uppgifter där studenter skapar egna konstruktioner.

1. Demonstrationer vid seminarier

Vi använder programmet för att visualisera matematiska samband, diskutera didaktiska aspekter och presentera programvaran vid seminarier. Här märker vi stor skillnad i vår egen kompetens, vi är bekväma med att plocka fram exempel i GeoGebra framför en grupp studenter, och det gäller fler och fler kollegor på matematikavdelningen. Detta sker i flertalet kurser som berör matematiklärare från år 4 och uppåt.

2. Examinering av uppgifter med färdiga konstruktioner

För lärare mot yngre åldrar har vi bestämt oss för att en rimlig nivå är att använda färdiga konstruktioner, se t ex www.geogebra.org, och den examinerande uppgiften går ut på att reflektera didaktiskt över användandet i klassrummet och vilket lärande som sker. Kurserna MaY2 och geometrikursen för lärarlyftet har en IKT-uppgift där GeoGebra är en valbar möjlighet.

3. Examinering av uppgifter med egna konstruktioner

Ämneslärarna (inklusive KPU, ULV och CL) har haft examinerandeuppgifter med lite olika utformning. De har oftast inneburit att studenterna själva skapar konstruktioner eller en instruktion till elever för att de ska konstruera ett exempel. Uppgiften har alltid innehållit också en didaktisk frågeställning om lärande, frågetyper eller koppling till styrdokument.

Det krävs tid för att förstå hur GeoGebra kan användas och hur lärandet påverkas. Studenterna behöver få färdighet i att använda programmet innan de själva kan formulera uppgifter åt elever.

Vi har inom den här studien inte haft möjligheter att göra en längre uppföljning, men vi ser framför oss att vi kan få en progression i användandet genom utbildningen, snarare än inom en kurs. Som exempel, för KPU används GeoGebra vid seminarier i den första didaktikkursen, och de har en uppgift att själva skapa konstruktioner och övningar åt elever i den sista didaktikkursen.

Vi har kontinuerligt reviderat kursplaner, samt formulerat kursplaner för lärarutbildningen som startade 2011. Vi skriver förväntade studieresultat där kunskaper i IKT ingår. Vi formulerar examinerande uppgifter där GeoGebra kan användas.

Tredje syftet: att studenter kan använda dynamisk programvara med elever

Våra erfarenheter från projektet gör att vi ser behov av en röd tråd, där det finns en progression i IKT-användningen genom kurserna. Det går inte att komma hela vägen inom en enskild kurs.

Ett förslag på progression kan vara:

Första didaktikkursen: GeoGebra används vid demonstrationer i klassrummet, och studenten övar själv på GeoGebra. En examinerande uppgift kan gå ut på att studenterna analyserar vilket lärande som en färdig övning kan leda till.

Didaktikkurser i slutet av utbildningen: Studenterna bör kunna använda GeoGebra tillsammans med elever. Åtminstone ämneslärare behöver arbeta med att själva konstruera uppgifter. I UM8022 (sista didaktikkursen för KPU) består en examinerande uppgift i att skapa övningar till elever. Eftersom VFU numer är en egen kurs har vi inte med GeoGebra som ett krav, men vid trepartssamtal och lektionsbesök har vi sett flera studenter som använder GeoGebra i undervisningen, och handledare på fältet är positiva till att studenterna får kunskap i programmet.

Att använda GeoGebra i klassrummet innebär att lärare och elever samtalar kring utforskande frågor. Inte bara programvaran, utan också undervisningen behöver vara dynamisk. Den behöver växla

mellan egna undersökningar och reflektioner och samtal kring slutsatser och samband. Det är viktigt att läraren har ett tydligt kunskapsmål med övningen, och att det finns möjlighet till samtal eller att skriftligt formulera slutsatser kring övningen. Ett lärande i matematik sker inte automatiskt, inte ens med GeoGebra, det krävs skickliga lärare för att leda undervisning med hjälp av dynamisk programvara.

Stockholm, 20130625

Karin Landtblom

Veronica Jatko-Kraft

Inger Ridderlind

Lisa Österling